

論文の内容の要旨及び論文審査の結果の要旨の公表

学位規則第 8 条に基づき、論文の内容の要旨及び論文審査の結果の要旨を公表する。

○氏名	天羽 隆史 (あまば たかふみ)
○学位の種類	博士 (理学)
○授与番号	甲 第 953 号
○授与年月日	2014 年 3 月 31 日
○学位授与の要件	本学学位規程第 18 条第 1 項 学位規則第 4 条第 1 項
○学位論文の題名	Analysis of Wiener- and Poisson-space using representation of Lie algebras (リー環の表現によるウィーナー・ポアソン空間の解析)
○審査委員	(主査) 赤堀 次郎 (立命館大学理工学部教授) コハツ・ヒガ アルトゥーロ (立命館大学理工学部教授) 藤家 雪朗 (立命館大学理工学部教授)

＜論文の内容の要旨＞

本論文は大きく分けて 2 つの部分に分けられており、それぞれが 2 つの論文の内容を含んでいる。前半部分は Wiener 空間における平行移動の変数変換を与える公式である Cameron-Martin(-Maruyama-Girsanov-Ramer-Kusuoka) 公式を代数的な立場から再構成するという研究の成果が記述されている。Chapter 1 では平行移動が時間適合的である場合が考察されている。これは通常 Maruyama-Girsanov 公式と呼ばれている。申請者は、浦口紗千代氏らとの共同研究において、これを Heisenberg リー環もしくは Heisenberg 群の作用として理解するという新しい立場でこの公式の別証明を与えた。この Chapter 1 はこの結果を含むものである。その主要部分は Okayama Mathematical Journal に掲載されている。また、Chapter 2 においては、平行移動が必ずしも時間適合的でない場合が考察されている。これは Wiener 空間においては通常 Ramer-Kusuoka 公式と呼ばれているが、申請者は Heisenberg リー環の構造を一般化したリー環を導入し、その変換群の作用として Ramer-Kusuoka 公式の別証明を与えた。そこでは、そのリー環の中でのある等式が本質的であることが明らかになっている。これは著しく重要な発見であるといえる。その一般化された Heisenberg 群は Wiener 空間あるいは Poisson 空間に限らず、より複雑で“巨大”な空間にも自然に作用するものであり、その汎用性は深大であり、今後の新しい理論の発展の礎となることが期待される。本論文の後半部分は Clark-Ocone 公式と呼ばれる確率解析学での微積分の基本定理にあたる公式の離散化について詳しく論じられている。通常の有

限次元の微積分では微積分の基本定理の離散化は **Taylor** 展開によって与えられるが、確率解析の微積分ではフーリエ展開および超関数論に頼らざるを得ない。しかし **Heisenberg** リー環のうまい表現がある場合には、これが有限次元的な性質を示し、**Taylor** 展開的な級数展開が可能になるということが、申請者が大熊香里氏らと共同して得た第一の結果である。また第 2 の結果として、申請者らはこの公式を確率積分の離散近似誤差の問題に応用した。これは数理ファイナンスでは「ヘッジ誤差」の評価の問題とも捉えられる。この問題に関する申請者らの結果は 2 点に分けられる。1 点目は、高次の中心極限定理というべきもので、任意の時数の「誤差」を定義してその収束を完全に与えるというこれまでに得られている結果を大幅に更新するものである。2 点目は、微分可能性を持たないような関数に対する近似誤差（ヘッジ誤差）を与えるものであるが、これに関しても先行の補間理論の煩雑な議論を用いた証明に比べてはるかに簡潔で深い結果をあたえるものになっている。さらにこの結果は **Wiener** 空間でも **Poisson** 空間でも正当化される。前者は **Chapter 3** に、後者は **Chapter 4** にまとめられいている。前者の内容は投稿中であるが、後者の内容は申請者の単著として **Asia-Pacific Financial Markets** に掲載決定済みである。

以上の論文内容はきわめて独創的で、確率論のみならず、数理ファイナンス、数理物理などに大きなインパクトを与える重要な結果であり、博士学位論文にふさわしいものであるといえる。

<論文審査の結果の要旨>

本論文の審査に関して、2014 年 1 月 31 日（金）13 時 40 分～14 時 20 分ウエストウイング 7 階数学第 1 研究室において公聴会を開催し、学位申請者による論文要旨の説明の後、審査委員は学位申請者天羽隆史氏に対する口頭試問を行った。各審査委員および公聴会参加者より、申請者の結果は確率微分方程式の解にも適用可能であるか、エルミート多項式の係数の選び方に必然性はあるか、分数次微分可能な関数の例はどういうものがあるか、それらはソボレフの補題的なものでヘルダー連続性と関連付けられるか、などの質問がなされたが、いずれの質問に対しても学位申請者の回答は適切なものであった。よって、以上の論文審査と公聴会での口頭試問結果を踏まえ、本論文は博士の学位に値する論文であると判断した。

<試験または学力確認の結果の要旨>

本論文の主査は、学位申請者と本学大学院理工学研究科総合理工学専攻博士課程後期課程在学期間中に、研究指導を通じ、日常的に研究討論を行ってきた。また、本論文提出後、主査および副査はそれぞれの立場から論文の内容について評価を行った。

学位申請者は、本学学位規程第 18 条第 1 項該当者であり、論文内容および公聴会での質疑応答を通して、学位申請者が十分な学識を有し、博士学位に相応しい学力を有していると確認した。

以上の諸点を総合し、学位申請者に対し、本学学位規程第 18 条第 1 項に基づいて、「博士（理学 立命館大学）」の学位を授与することが適当であると判断する。 以上の諸点を総合し、学位申請者に対し、本学学位規程第 18 条第 1 項に基づいて、「博士（理学 立命館大学）」の学位を授与することが適当であると判断する。